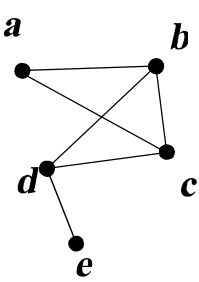
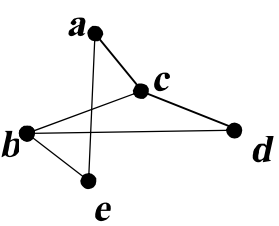




رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع :	نام و نام خانوادگی :	درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه : ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $[a, b] = b$. ب) معادله هم‌نهشتی $a x \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۲
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۳
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۴
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۵
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $ac \equiv bc \pmod{m}$.	۶
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۷
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است x؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.  الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

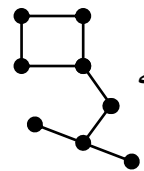
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی :	درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																		
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱/۲۵																		
۱۳	با حروف کلمه « می سی سی پی » چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																		
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																		
۱۵	معادله $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $X_1 > 2$ و $X_3 > 3$ باشند.	۱																		
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۰/۷۵
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																		
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																		
	موفق باشید "	جمع نمره																		
		۲۰																		

درس : ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان :	
ردیف	راهنمای تصحیح			
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			
۳	$\frac{a 4k+9}{a 6k+14} \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) , \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^{22} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			
۶	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \equiv bc \quad (۰/۲۵)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (۰/۲۵)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1 \quad (۰/۲۵)} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y=9k+4 \quad (۰/۲۵) , \quad x=-13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			
۸	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $5 \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q \quad (۰/۲۵)$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			
۱۰	الف) a,c,d,b,e,a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (کار در کلاس صفحه ۴۷)			
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

درس : ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه										
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان :											
ردیف	راهنمای تصحیح													
نمره														
۱۲	الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10} . (۰/۲۵) در این گراف‌ها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor =4$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹) ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ ولی (۰/۲۵) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor =2$ ، (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰)  (لطفا برای راه‌حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)													
۱۳	(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)													
۱۴	الف) (۰/۵) $6! \times 5! \times 2!$ ب) (۰/۷۵) $6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)													
۱۵	(۰/۲۵) $y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 7 \Rightarrow y_1 + 3 + x_r + \underbrace{y_r + 4}_{(0/25)} + x_f + x_d = 14$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)													
۱۶	متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) <table border="1"><tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۵)				۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	
۱۱	۲۲	۳۳												
۳۲	۱۳	۲۱												
۲۳	۳۱	۱۲												
۱۷	$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $S = 3^4$ ، (۰/۲۵) $A_i = 2^4$ ، (۰/۲۵) $A_i \cap A_j = 1^4$ ، (۰/۲۵) $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵) $\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(0/25)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (مشابه فعالیت صفحه ۷۷)													
۱۸	(سوال ۱۲ صفحه ۸۳) تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه‌ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵) (۰/۲۵) <table><tr><td>_____</td><td>_____</td><td>_____</td><td>.....</td><td>_____</td></tr><tr><td>۱,۸۴</td><td>۲,۸۳</td><td>۳,۸۲</td><td></td><td>۴۲,۴۳</td></tr></table> چنان چه قرار باشد کبوترها لانه‌ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می‌گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)				_____	_____	_____		_____	۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۳
_____	_____	_____		_____										
۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۳										